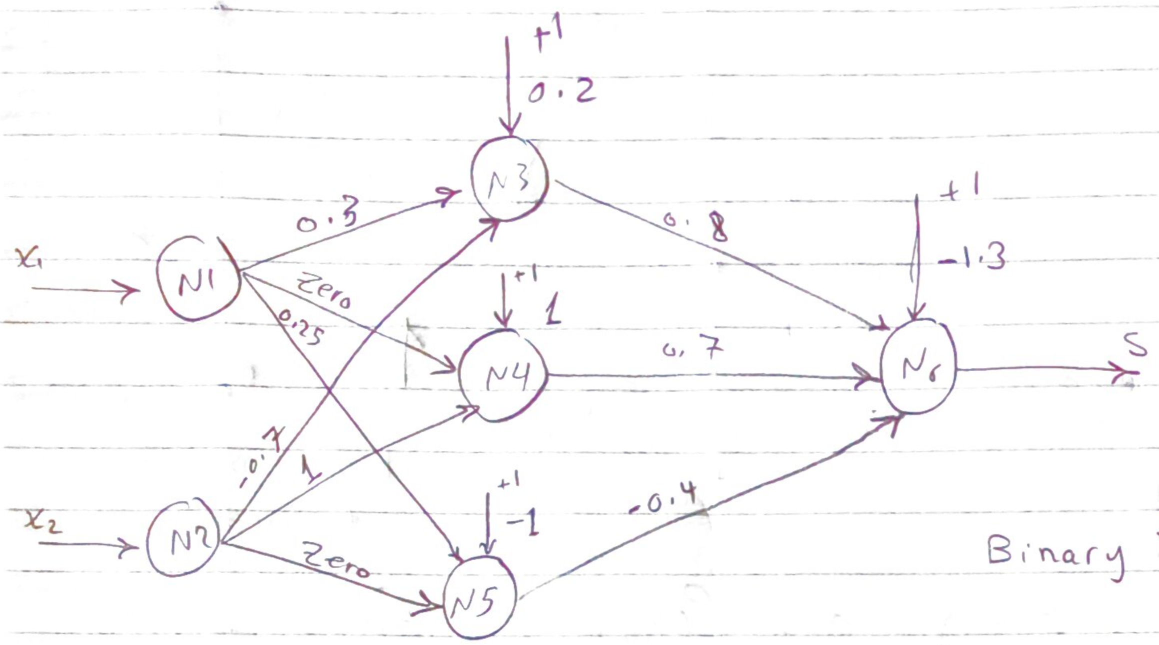
23/11/2016 الأربعاء د. محمود فهمي محاضرة [8]



Binary Threshold

① أثبت أن الشبكة يمكن أن تعمل كـ 2-Class Classifier حيث جميع النقط داخل مثلث قائم الزاوية تتحدد بالقيمة S=1 بينما كل النقط خارج هذا المثلث تتحدد بالقيمة S=0

② حدد رؤوس المثلث (vertices) المشار إليه في الجزء ①

③ ما هي العملية المنطقية التي تقوم بها (N6) على الـ signals الناتجة من N3, N4, N5 ؟

④ وضح كيف ستقوم الشبكة بتصنيف الـ inputs (0,0) (2,0) (4.5,0) (-3.6,1.7)

For N3:

Activation $y_3 = 0.3\,x_1 - 0.7\,x_2 + 0.2$

For N4:

$y_4 = x_2 + 1 \quad (w_{14} = 0)$

For N5

$y_5 = 0.25\,x_1 - 1 \quad (w_{25} = 0)$

Network is partially connected

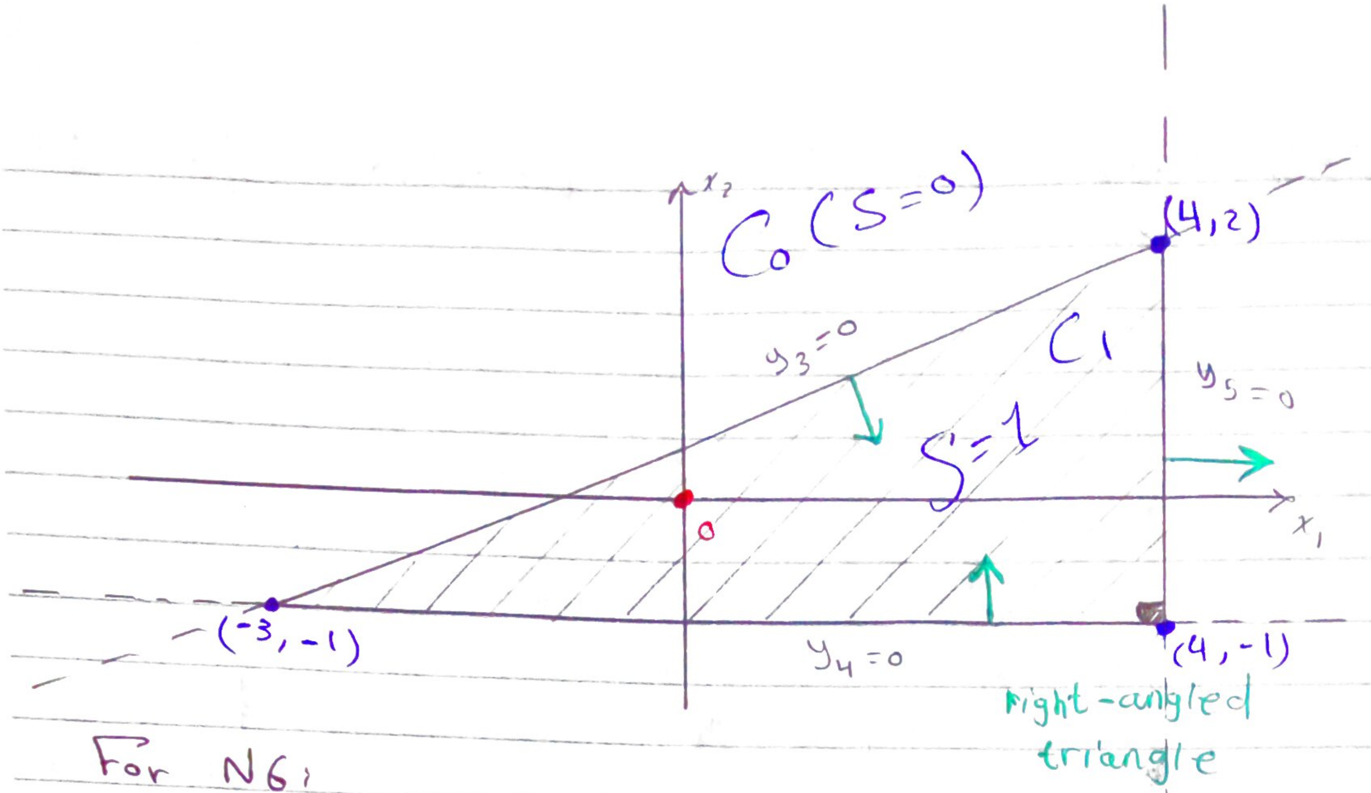
The 3 straight lines

$0.3\,x_1 - 0.7\,x_2 + 0.2 = 0 \quad (y_3 = 0)$

$x_2 + 1 = 0 \quad (y_4 = 0)$

$0.25\,x_1 - 1 = 0 \quad (y_5 = 0)$

تمثل ثلاثة خطوط فصل في مستوى $x_1 - x_2$



For N6:

$$y_6 = 0.8\, f(y_3) + 0.7\, f(y_4) - 0.4\, f(y_5) - 1.3$$

يتضح من المعادلة السابقة أن y_6 لها قيمة موجبة عندما

$f(y_3) = 1$, $f(y_4) = 1$; $f(y_5) = 0$

بينما y_6 لها قيمة سالبة عند قيم أخرى

So, we have N_6 does the logic operation

$$f(y_3)\, f(y_4)\, f'(y_5)$$

$f(y_3)$	$f(y_4)$	$f(y_5)$	y_6	
0	0	0	-1.3	0
0	0	1	-1.7	0
0	1	0	-0.6	0
0	1	1	-1	0
1	0	0	-0.5	0
1	0	1	-0.9	0
1	1	0	0.2	1
1	1	1	-0.2	0

* يمكن النظر للمستوى x_1-x_2 إلى 7 أجزاء بواسطة خطوط الفصل الثلاثة

* بأخذ الـ orientation في الاعتبار نجد أن جميع النقاط التي بداخل المثلث قائم الزاوية يوضح تمييز بـ output $S=1$ بينما جميع النقاط خارج هذا المثلث تتميز بالقيمة $S=0$

$S=1 \Longrightarrow$

* وبعبارة أخرى فقد تم تقسيم مستوى x_1-x_2 عن طريق خطوط الفصل الثلاثة إلى منطقتين (2 regions)

C_0 (Exterior of triangle)

C_1 (interior of triangle)

جميع النقاط C_0 تجعل y_6 سالبة و $S=0$، بينما كل النقاط C_1 تجعل y موجبة و $S=1$

x_1, x_2	y_3	$f(y_3)$	y_4	$f(y_4)$	y_5	$f(y_5)$	y_6	S	Co/C
(0, 0)									
(2, 0)									
(4.5, 0)									
(-3.6; 1.7)									

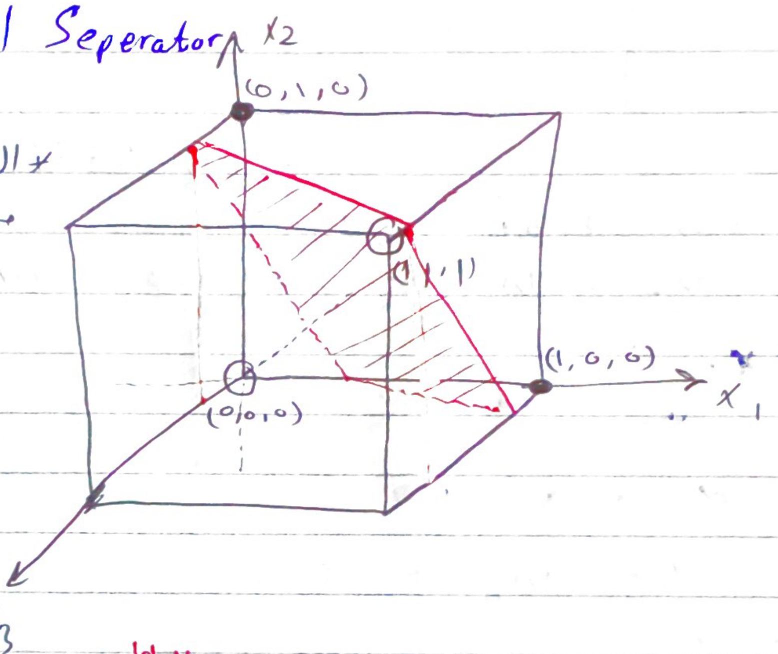
كمل الجدول

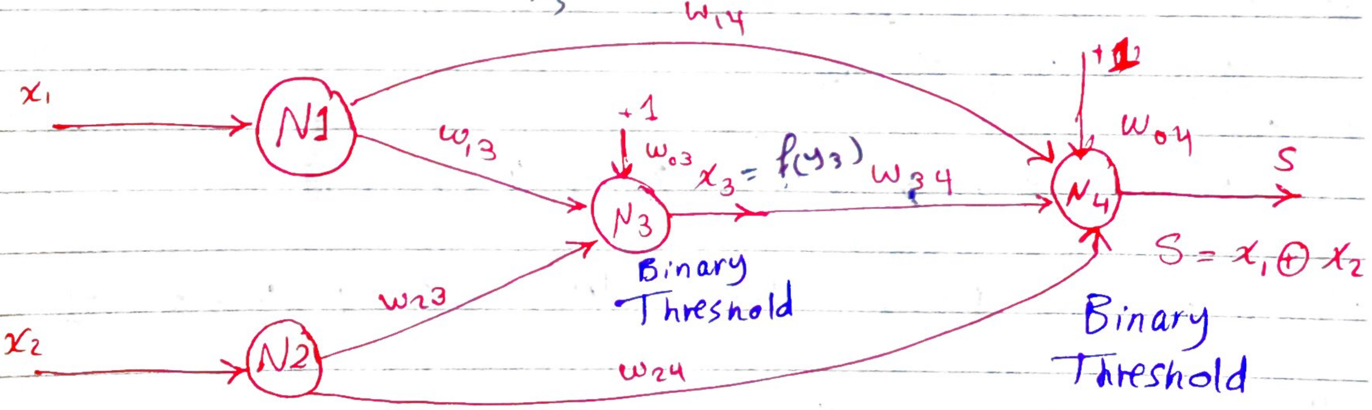
3D : Space

* Assume XOR and a hidden neuron $X_3 = X_1 X_2$

* hyper plane : General Seperator

* الفكرة معتمدة على توليد x_3 داخل الشبكة من المدخلات x_1، x_2 حيث تعطي بعدا ثالثا مما يعطي حرية أكبر.



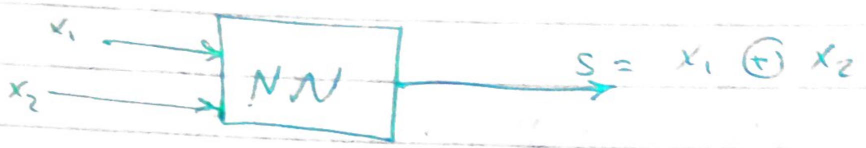


أي ننتقل من $x_1 - x_2$ plane $\rightarrow$ x_1, x_2, x_3 space

2D $\longrightarrow$ 3D

Assume $x_3 = x_1 x_2$ (Suggested

Required $S = x_1 \oplus x_2$



x_1	x_2	$x_3 = x_1 x_2$	$S = x_1 \oplus x_2$
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

لحساب الــ weights المختلفة للشبكة

For neuron N3

$y_3 = w_{13} x_1 + w_{23} x_2 + w_{03}$

* $x_1 = x_2 = 0$

$y_3 = w_{03} < 0$

* $x_1 = 0, \ x_2 = 1$

$y_3 = w_{23} x_2 < 0$

* $x_1 = 1, \ x_2 = 0$

$y_3 = w_{13} x_1 + w_{03} < 0$

* $x_1 = 1, \ x_2 = 1$

$y_3 = w_{13} x_1 + w_{23} x_2 + w_{03} > 0$

We choose $w_{03} = -1.5$; $w_{13} = 1$; $w_{23} = 1$

For neuron N4

$y_4 = w_{14} x_1 + w_{24} + w_{34} x_3 + w_{04}$ ⇐ plane

* $x_1 = x_2 = 0$, $x_3 = 0$

$y_4 = w_{04} < 0$

* $x_1 = 0, \; x_2 = 1 \; ; \; x_3 = 0$

$$y_4 = w_{24} + w_{04} > 0$$

* $x_1 = 1, \; x_2 = 0 \; ; \; x_3 = 0$

$$y_4 = w_{14} + w_{04} > 0$$

* $x_1 = x_2 = x_3 = 1$

$$y_4 = w_{14} + w_{24} + w_{34} + w_{04} < 0$$

We choose $w_{04} = -0.5 \; ; \; w_{14} = 1$

$w_{24} = 1 \; ; \; w_{34} = -2$

$$y_4 = x_1 + x_2 - 2x_3 - 0.5$$

هنا لدينا seperation plane (لأن لدينا 3 متغيرات $x_1; x_2; x_3$ أي 3D space)

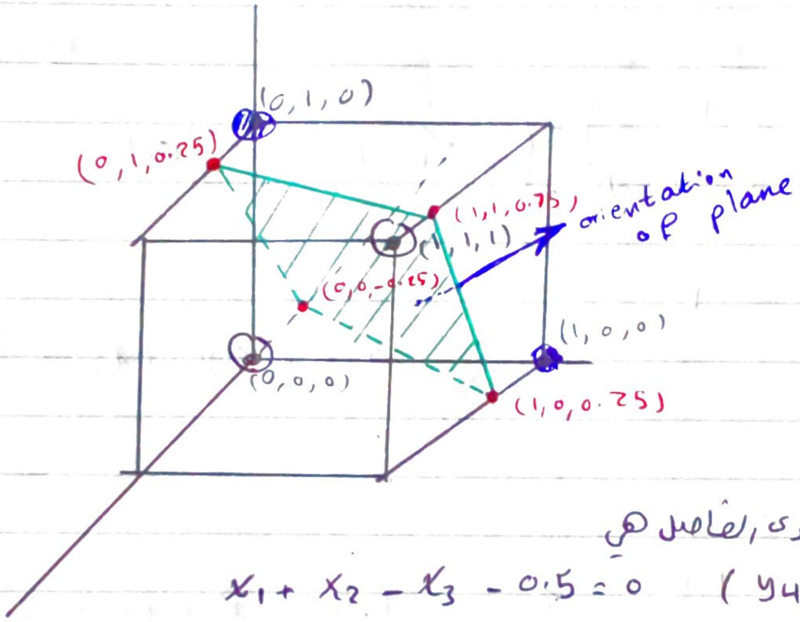
تقاطع على المستوى

(1, 0, 0.25)

(1, 1, 0.75)

(0, 0 ; -0.25)

(0, 1, 0.25)



* معادلة المستوى الفاصل هي

$$x_1 + x_2 - x_3 - 0.5 = 0 \quad (y_4 = 0)$$

* النتيجة الهامة هنا أن النقطتين (0,0,0) و (1,1,1) تقعان على جانب واحد من مستوى الفصل حيث $y_4 < 0$ و $S = 0$

* بينما النقطتان (1,0,0) (0,1,0) تقعان على الجانب الآخر لمستوى الفصل حيث $y_4 > 0$ و $S = 1$

* هذه الشبكة استطاعت أن تجري عملية XOR

* وفرنا Neuron عن الطرق السابقة

* في المسألة السابقة، حدد منطقة (region) ال inputs التي (x_1, x_2) فيها:

① $x_3 = 0$ ② $x_3 = 1$ ③ $x_3 = 0$ and $S = 0$

④ $x_3 = 0$ and $S = 1$ ⑤ $x_3 = 1$ and $S = 0$ ⑥ $x_3 = 1$ and $S = 1$

⑦ $S = 0$ ⑧ $S = 1$

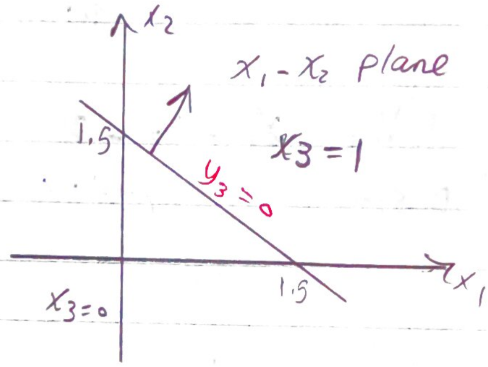
$$y_3 = x_1 + x_2 - 1.5$$

- $x_3 = 0 \longrightarrow y_3 < 0$ or $x_1 + x_2 < 1.5$
- $x_3 = 1 \longrightarrow y_3 > 0$ or $x_1 + x_2 > 1.5$

$$y_4 = x_1 + x_2 - 2x_3 - 0.5$$

$y_4 = x_1 + x_2 - 0.5$ when $x_3 = 0$

$y_4 = x_1 + x_2 - 2.5$ when $x_3 = 1$



* $x_3 = 0, \; S = 0$

$x_1 + x_2 < 1.5$
$x_1 + x_2 < 0.5$ $\Big\} \rightarrow x_1 + x_2 < 0.5$

* $x_3 = 0, \; S = 1$

$x_1 + x_2 < 1.5$
$x_1 + x_2 > 0.5$ $\Big\} \longrightarrow 0.5 < x_1 + x_2 < 1.5$

* $x_3 = 1, \; S = 0$

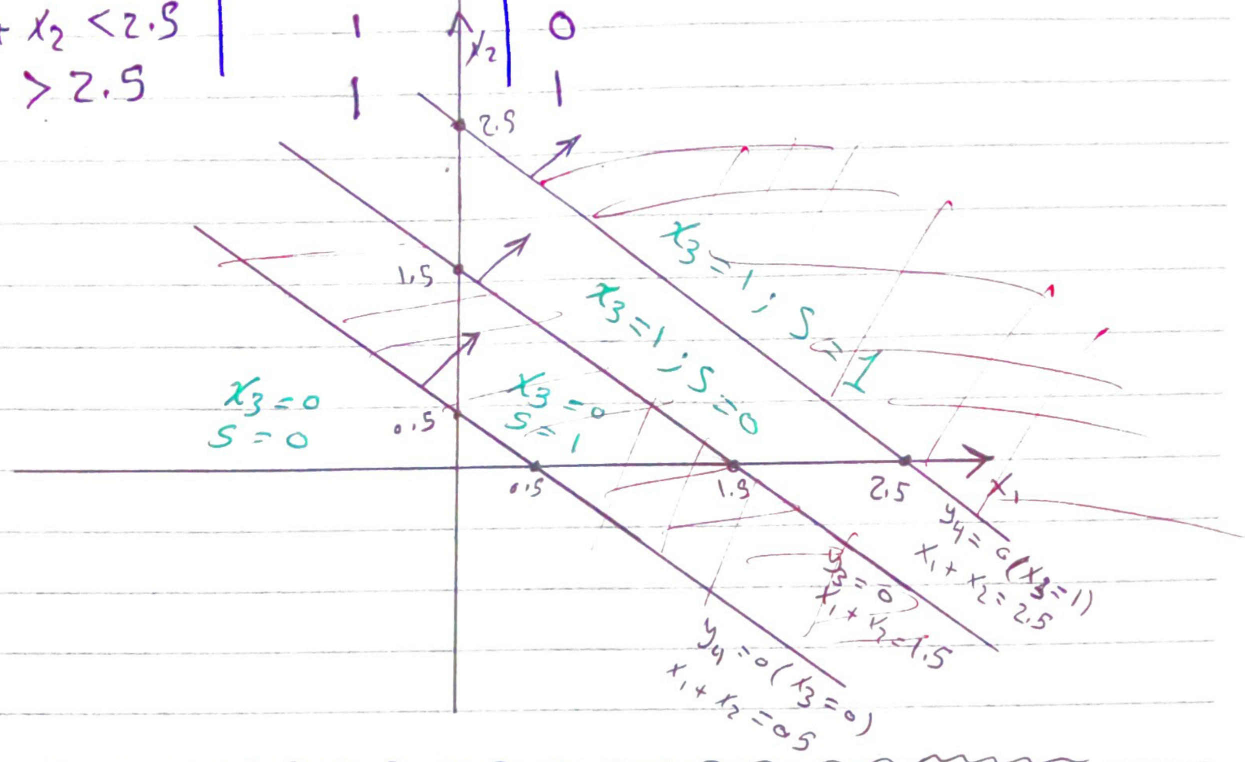
$x_1 + x_2 > 1.5$
$x_1 + x_2 < 2.5$ $\Big\} \longrightarrow 1.5 < x_1 + x_2 < 2.5$

* $x_3 = 1, \; S = 1$

$x_1 + x_2 > 1.5$
$x_1 + x_2 > 2.5$ $\Big\} \longrightarrow x_1 + x_2 > 2.5$

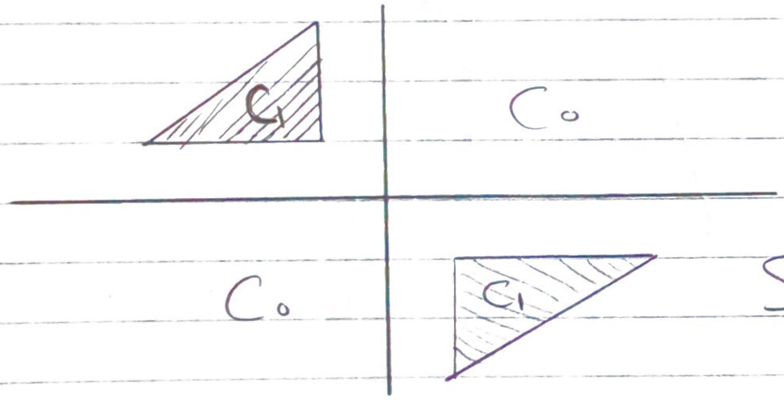
يمكن تلخيص النتائج بالشكل التالي

Condition	x_3	S
$x_1 + x_2 < 0.5$	0	0
$0.5 < x_1 + x_2 < 1.5$	0	1
$1.5 < x_1 + x_2 < 2.5$	1	0
$x_1 + x_2 > 2.5$	1	1



مسألة للتجربة

صمم شبكة تحقق الشكل



Self Study

10/10

Section 3

محمد مجدي عبد الغفار سلام

a) $S = \tanh\left(\frac{\alpha y}{2}\right)$ (Another form)

(4)

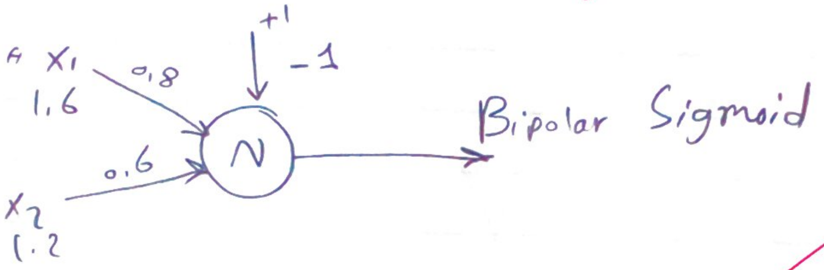
$$\frac{dS}{dy} = \frac{\alpha}{2} \operatorname{sech}^2\left(\frac{\alpha y}{2}\right)$$

we have $\operatorname{sech}^2\left(\frac{\alpha y}{2}\right) = 1 - \tanh^2\left(\frac{\alpha y}{2}\right)$

$$\therefore \frac{dS}{dy} = 0.5\,\alpha\left(1 - \tanh^2 \frac{\alpha y}{2}\right)$$

$$= 0.5\,\alpha\left(1 - S^2\right)$$

b)



$* \quad y = w_1 x_1 + w_2 x_2 + w_0$

$= (0.8)(1.6) + (0.6)(1.2) + -1$

$= \boxed{1}$

$$\frac{dS}{dy} = 0.5\,\alpha\,(1 - S^2) = 0.25$$

$$\Rightarrow (1 - S^2) = 0.5 * \frac{1}{\alpha}$$

$$\Rightarrow S^2 = -\left(0.5\,\frac{1}{\alpha} - 1\right)$$

$$S^2 = \tanh^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) = 1 - \frac{0.5}{\alpha}$$

$$\tanh^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) = 1 - \frac{0.5}{\alpha}$$

$$\Rightarrow \boxed{\alpha = 0.5369}$$

$$\therefore S = \tanh\left(\frac{0.5369}{2}\right) = \boxed{0.2622}$$

6